

# Mathematik für Schüler und Auszubildende

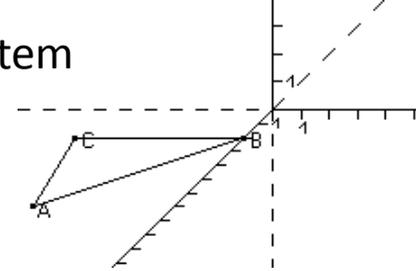
<http://rechen-fuchs.de>

**Mathematik  
Abiturprüfung  
Sachsen – 1994**

**Geometrie/Algebra**

**Aufgabe B1 c)**

geg.: A(7; -5; 0), B(2; 0; 0), C(2; -6; 0) in einem kartesischen Koordinatensystem



**Aufgabe:** A,B,C bilden ein Dreieck. Bestimme die **Mittelsenkrechten** von  $\overline{AB}$  und  $\overline{BC}$  !

**Lösung:** wir bestimmen Vektor  $\overline{AB}$ : 
$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 2-7 \\ 0-(-5) \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

in die gleiche Richtung zeigt auch  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und senkrecht zu diesem ist  $\vec{s}_{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

der Mittelpunkt von  $\overline{AB}$  ist

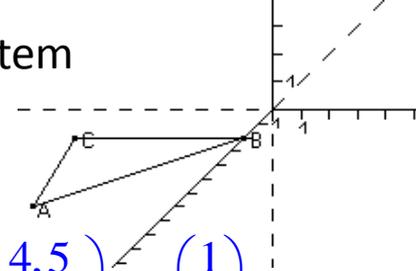
$$M_{AB} = \left( \frac{7+2}{2}; \frac{-5+0}{2}; \frac{0+0}{2} \right) = (4,5; -2,5; 0)$$

aus  $M_{AB}$  gewinnen wir den Stützvektor,  $\vec{s}_{AB}$  verwenden wir als Richtungsvektor und erhalten damit die Geradengleichung der Mittelsenkrechten von  $\overline{AB}$ :

$$\vec{m}_{AB} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ -2,5 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u \in \mathbb{R}$$

geg.: A(7; -5; 0), B(2; 0; 0), C(2; -6; 0) in einem kartesischen Koordinatensystem

**Aufgabe:** A,B,C bilden ein Dreieck. Bestimme die **Mittelsenkrechten** von  $\overline{AB}$  und  $\overline{BC}$  !



wir bestimmen Vektor  $\overline{BC}$ :  $\overline{BC} = \begin{pmatrix} 2-2 \\ -6-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{m}_{AB} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ -2,5 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u \in \mathbb{R}$$

in die gleiche Richtung zeigt auch  $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und senkrecht zu diesem ist  $\vec{s}_{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

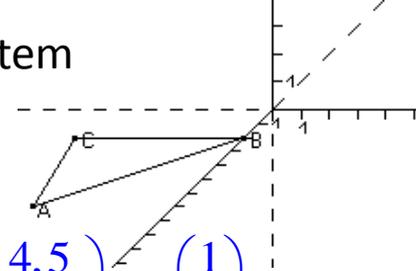
der Mittelpunkt von  $\overline{BC}$  ist

$$M_{BC} = \left( \frac{2+2}{2}; \frac{0+(-6)}{2}; \frac{0+0}{2} \right) = (2; -3; 0)$$

aus  $M_{BC}$  gewinnen wir den Stützvektor,  $\vec{s}_{BC}$  verwenden wir als Richtungsvektor und erhalten damit die Geradengleichung der Mittelsenkrechten von  $\overline{BC}$ :

$$\vec{m}_{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}$$

geg.: A(7; -5; 0), B(2; 0; 0), C(2; -6; 0) in einem kartesischen Koordinatensystem



**Aufgabe:** Berechne den **Schnittpunkt** M der beiden Mittelsenkrechten !

**Lösung:** wir setzen hierzu  $\vec{m}_{AB} = \vec{m}_{BC}$

$$\text{also } \begin{pmatrix} 4,5 \\ -2,5 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{dies liefert zwei Gleichungen} \quad 4,5 + u &= 2 + v \\ -2,5 + u &= -3 \end{aligned}$$

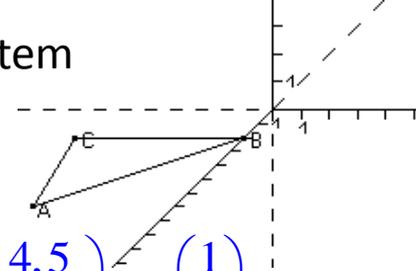
aus der zweiten entnehmen wir  $u = -0,5$

dieser Wert in  $\vec{m}_{AB}$  eingesetzt, ergibt die Koordinaten des Mittelpunktes:

$$\begin{pmatrix} 4,5 \\ -2,5 \\ 0 \end{pmatrix} + (-0,5) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,5 - 0,5 \\ -2,5 - 0,5 \\ 0 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

M(4 ; -3 ; 0)

geg.: A(7; -5; 0), B(2; 0; 0), C(2; -6; 0) in einem kartesischen Koordinatensystem



**Aufgabe:** Prüfe den Mittelpunkt M, indem du feststellst, ob M auch auf der Mittelsenkrechten von  $\overline{AC}$  liegt !

**Lösung:**

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 2-7 \\ -6-(-5) \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{s}_{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{AC} = \left( \frac{7+2}{2}; \frac{-5+(-6)}{2}; \frac{0+0}{2} \right) = (4,5; -5,5; 0)$$

$$\vec{m}_{AC} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ -5,5 \\ 0 \end{pmatrix} + w \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w \in \mathbb{R}$$

$$\vec{m}_{AB} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ -2,5 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$\vec{m}_{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}$$

$$M(4; -3; 0)$$

$$4 = 4,5 - w \quad \rightarrow \quad w = 0,5$$

$$-3 = -5,5 + 5w \quad \rightarrow \quad w = 0,5$$

$$0 = 0 + 0w \quad \rightarrow \quad w = 0,5$$

Wie erwartet, liegt M auch auf dieser Geraden.

# Mathematik für Schüler und Auszubildende

<http://rechen-fuchs.de>