Reelle Zahlenfolge

ist eine Folge von unendlich vielen reellen Zahlen $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ in einer festen Anordnung.
Die Zahl a_n mit dem **Index** n heißt n-tes **Folgenglied** und steht an n-ter Position in der Folge.
Die Kurzschreibweise für die gesamte Folge ist (a_n).

Beispiele

2, 4, 6, 8, ...	(a_n) mit $a_n = 2n$
2, 4, 8, 16, ...	(b_n) mit $b_n = 2^n$

Arithmetische Folge

ist eine Folge (a_n) mit einer konstanten Differenz d zwischen zwei benachbarten Folgengliedern:
$\boldsymbol{a_{n+1} - a_n = d}$ für jedes n.

Die Berechnungsvorschrift für das n-te Folgenglied lautet:
$\boldsymbol{a_n = a_1 + d \cdot (n-1)}$ für jedes n.

Geometrische Folge

ist eine Folge (a_n) mit einem konstanten Quotienten q zwischen zwei benachbarten Folgengliedern:
$\boldsymbol{\frac{a_{n+1}}{a_n} = q}$ für jedes n.

Die Berechnungsvorschrift für das n-te Folgenglied lautet:
$\boldsymbol{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$ für jedes n und mit einem $q \neq 0$.

Zinseszinsrechnung

Ein Anfangskapital K_0 wächst in n Jahren bei einem Zinssatz von p % und Mitverzinsung der Zinsen an auf ein Endkapital in Höhe von $\boldsymbol{K_n = K_0 \cdot q^n}$ mit einem Aufzinsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$.
Die Zahlen K_0, K_1, K_2 usw. bilden eine geometrische Folge (mit Index $n = 0$ beginnend).

Als **Startindex** einer Folge kann man insbesondere jede ganze Zahl z verwenden, es muss nur die Berechnungsvorschrift angepasst werden:

$\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right) = \left(\frac{1}{n}\right)$	für $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$
$\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right) = \left(\frac{1}{m+1}\right)$	für $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$
$\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\right) = \left(\frac{1}{k+5}\right)$	für $k = -4, -3, -2, -1, \ldots$

Monoton wachsend

ist eine Folge (a_n) mit $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq \ldots$, d.h. $\boldsymbol{a_n \leq a_{n+1}}$ für jedes n.

Beispiel: $1, 3, 3, 5, 7, 7, 9, 11, 11, 13, \ldots$

Streng monoton wachsend

ist eine Folge (a_n) mit $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \ldots$, d.h. $\boldsymbol{a_n < a_{n+1}}$ für jedes n.

Beispiel: $1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots$

Monoton fallend

ist eine Folge (a_n) mit $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq a_4 \geq \ldots$, d.h. $\boldsymbol{a_n \geq a_{n+1}}$ für jedes n.

Beispiel: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \ldots$

Streng monoton fallend

ist eine Folge (a_n) mit $a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > \ldots$, d.h. $\boldsymbol{a_n > a_{n+1}}$ für jedes n.

Beispiel: $2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, 2^{-4}, 2^{-5}, \ldots$

Nach oben beschränkt

ist eine Folge (a_n), wenn es eine Zahl K gibt, sodass $\boldsymbol{a_n \leq K}$ für jedes n.
Ein solches K nennt man eine **obere Schranke** der Folge (a_n).

Beispiel: $K = 1$ ist eine obere Schranke der Folge $0, -1, -2, -3, -4, \ldots$

Nach unten beschränkt

ist eine Folge (a_n), wenn es eine Zahl K gibt, sodass $\boldsymbol{K \leq a_n}$ für jedes n.
Ein solches K nennt man eine **untere Schranke** der Folge (a_n).

Beispiel: $K = -1$ ist eine untere Schranke der Folge $0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

Beschränkt

ist eine Folge (a_n), wenn sie sowohl nach oben, als auch nach unten beschränkt ist.

Beispiel: $\boldsymbol{K_U = 0} \leq 2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, 2^{-4}, 2^{-5}, \ldots \leq \boldsymbol{0{,}5 = K_O}$