

$$f(x) = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$$

ges.:

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Polstellen, lokale Extrempunkte, Verhalten im Unendlichen, Gleichungen der Asymptoten, Funktionsgraph

Lsg.:

### Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

$$0 = \frac{4x+5}{x^2-1}$$

$$0 = 4x + 5$$

$$x_0 = -\frac{5}{4} = -1,25 \quad \rightarrow \quad S_x(-1,25 \mid 0)$$

$$f(0) = \frac{4 \cdot 0 + 5}{0^2 - 1} = -5 \quad \rightarrow \quad S_y(0 \mid -5)$$

### Polstellen

$$0 = x^2 - 1$$

$$x^2 = 1 \quad \rightarrow \quad x_{p1} = 1 \quad x_{p2} = -1$$

$$x_{p1} = 1 :$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x + 5}{x^2 - 1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x + 5}{x^2 - 1} = +\infty$$

Polstelle bei  $x = 1$  mit Vorzeichenwechsel  $-/+$

$$x_{p2} = -1 :$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{4x + 5}{x^2 - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4x + 5}{x^2 - 1} = -\infty$$

Polstelle bei  $x = -1$  mit Vorzeichenwechsel  $+/-$

## lokale Extrempunkte

$$f(x) = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$$

$$f'(x) = \frac{-2(2x^2 + 5x + 2)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2(4x^3 + 15x^2 + 12x + 5)}{(x^2 - 1)^3}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-2(2x^2 + 5x + 2)}{(x^2 - 1)^2} = 0$$

$$-2(2x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$x^2 + 2,5x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = -1,25 \pm \sqrt{1,25^2 - 1}$$

$$x_{1,2} = -1,25 \pm 0,75$$

$$x_1 = -0,5 \quad x_2 = -2$$

$$f''(-0,5) = -10,67 < 0 \rightarrow \text{Hochpunkt } (-0,5 \mid f(-0,5)) = (-0,5 \mid -4)$$

$$f''(-2) = 0,67 > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt } (-2 \mid f(-2)) = (-2 \mid -1)$$

## Verhalten im Unendlichen

$$f(x) = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x + 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left( \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{0 + 0}{1 - 0} = 0$$

→ Asymptote  $y = 0$

## Funktionsgraph

