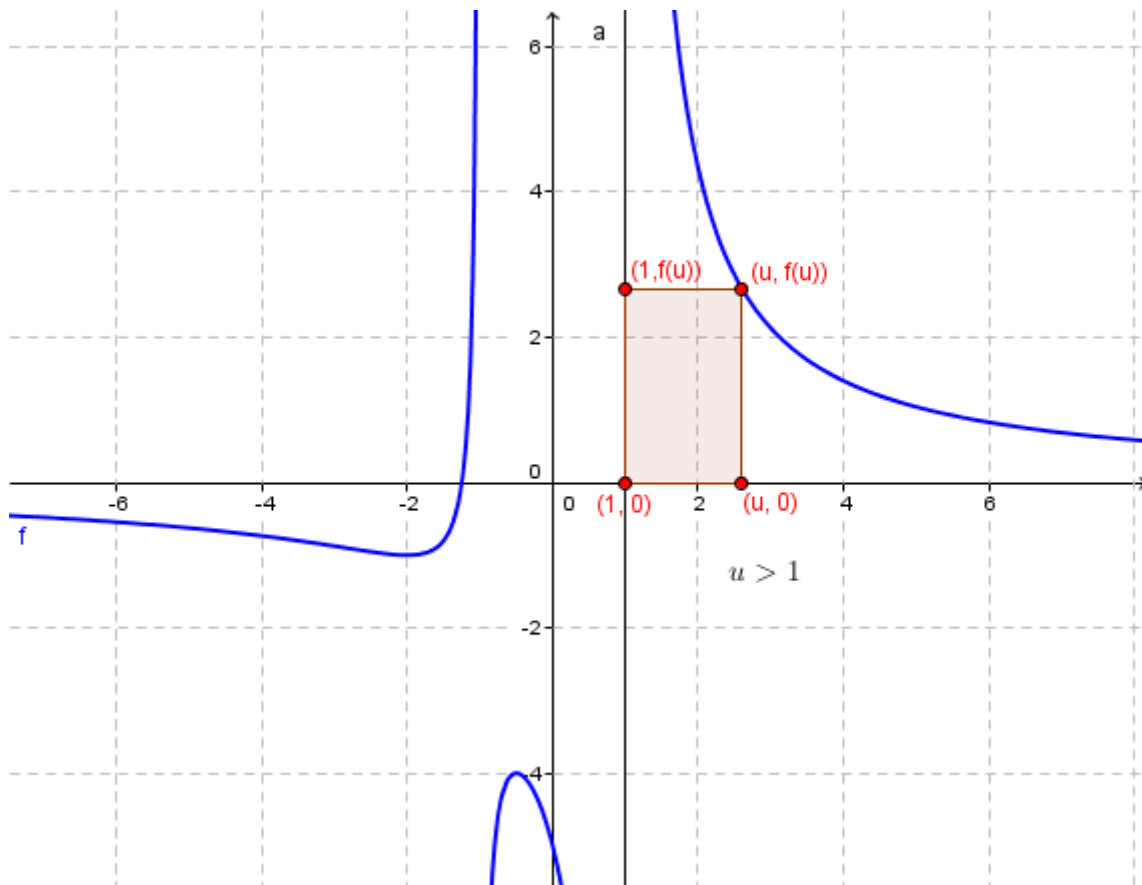


$$f(x) = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$$



ges.:

Grenzwert der Rechteckfläche für u gegen 1 und für u gegen unendlich;
Feststellung, ob Rechteckfläche ein Extremum annimmt

Lsg.:

Rechteckfläche

$$A = \text{Länge} \cdot \text{Breite}$$

$$A = A(u) = (u - 1) \cdot \frac{4u + 5}{u^2 - 1} = (u - 1) \cdot \frac{4u + 5}{(u - 1)(u + 1)} = \frac{4u + 5}{u + 1}, \quad u > 1$$

Grenzwert für u gegen 1

$$\lim_{u \rightarrow 1} \left(\frac{4u + 5}{u + 1} \right) = \frac{4 \cdot 1 + 5}{1 + 1} = \frac{9}{2} = 4,5$$

Grenzwert für u gegen unendlich

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \left(\frac{4u + 5}{u + 1} \right) = \lim_{u \rightarrow \infty} \left(\frac{4 + \frac{5}{u}}{1 + \frac{1}{u}} \right) = \frac{4 + 0}{1 + 0} = \frac{4}{1} = 4,0$$

Extremum-Suche

$$A(u) = \frac{4u+5}{u+1}$$

$$A'(u) = \frac{-1}{(u+1)^2} \quad (\text{Quotientenregel oder CAS-Rechner})$$

Die erste Ableitung von A hat keine Nullstellen, also hat A auch keine Extremwerte.