

Bestimmen Sie den Definitions- und Wertebereich der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x-3}$$

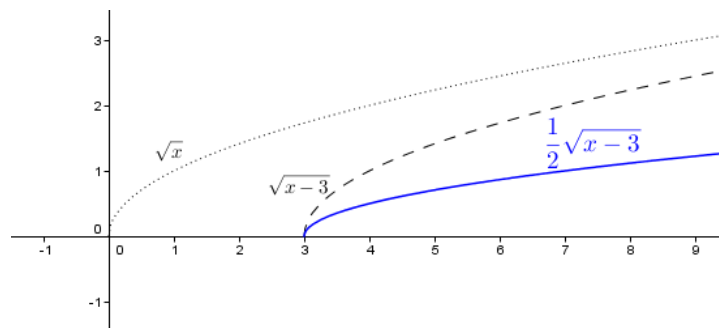
und zeichnen Sie den Graphen der Funktion! Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion von $f(x)$ und geben Sie auch deren Definitions- und Wertebereich an!

Lösung:

Die Wurzelfunktion ist für alle reellen Zahlen ≥ 0 definiert. Damit ist $f(x)$ für alle Zahlen x definiert, die der Bedingung $x - 3 \geq 0$ genügen, also der Bedingung $x \geq 3$: **Der Definitionsbereich von $f(x)$ ist $x \in \mathbb{R}, x \geq 3$.**

Die Wurzelfunktion kann nur Zahlen ≥ 0 "generieren" und dies überträgt sich auf den ganzen Term $\frac{1}{2}\sqrt{x-3}$: **Der Wertebereich von $f(x)$ ist $y \in \mathbb{R}, y \geq 0$.**

Der Graph von f entsteht aus dem Graphen der Wurzelfunktion durch Verschiebung um 3 Einheiten in positiver x-Richtung sowie durch Stauchung um den Faktor $1/2$:



Wir ermitteln die Umkehrfunktion von f :

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2}\sqrt{x-3} && | \cdot 2 \\
 2y &= \sqrt{x-3} && | \text{Quadrieren} \\
 4y^2 &= x-3 && | +3 \\
 4y^2 + 3 &= x && | \text{Tauschen } x, y \\
 y &= 4x^2 + 3
 \end{aligned}$$

Die Umkehrfunktion von $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x-3}$ lautet $\bar{f}(x) = 4x^2 + 3$. Ihr Definitionsbereich ist der Wertebereich von f , also $x \in \mathbb{R}, x \geq 0$ und ihr Wertebereich ist der Definitionsbereich von f , also $y \in \mathbb{R}, y \geq 3$.