

Bestimmen Sie den Definitions- und Wertebereich der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x-3}$$

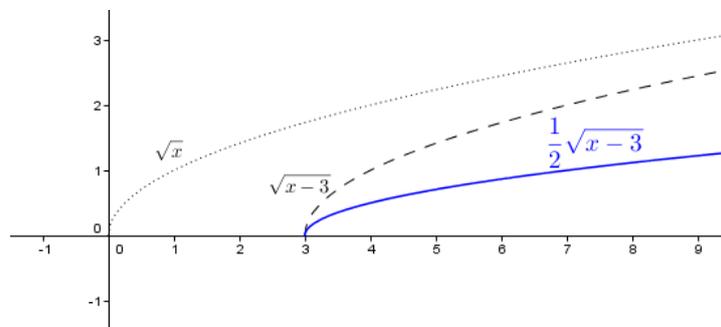
und zeichnen Sie den Graphen der Funktion! Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion von  $f(x)$  und geben Sie auch deren Definitions- und Wertebereich an!

Lösung:

Die Wurzelfunktion ist für alle reellen Zahlen  $\geq 0$  definiert. Damit ist  $f(x)$  für alle Zahlen  $x$  definiert, die der Bedingung  $x - 3 \geq 0$  genügen, also der Bedingung  $x \geq 3$ : **Der Definitionsbereich von  $f(x)$  ist  $x \in \mathbb{R}, x \geq 3$ .**

Die Wurzelfunktion kann nur Zahlen  $\geq 0$  "generieren" und dies überträgt sich auf den ganzen Term  $\frac{1}{2}\sqrt{x-3}$ : **Der Wertebereich von  $f(x)$  ist  $y \in \mathbb{R}, y \geq 0$ .**

Der Graph von  $f$  entsteht aus dem Graphen der Wurzelfunktion durch Verschiebung um 3 Einheiten in positiver x-Richtung sowie durch Stauchung um den Faktor  $1/2$ :



Wir ermitteln die Umkehrfunktion von  $f$ :

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2}\sqrt{x-3} && | \cdot 2 \\
 2y &= \sqrt{x-3} && | \text{Quadrieren} \\
 4y^2 &= x-3 && | + 3 \\
 4y^2 + 3 &= x && | \text{Tauschen } x, y \\
 y &= 4x^2 + 3
 \end{aligned}$$

**Die Umkehrfunktion von  $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x-3}$  lautet  $\bar{f}(x) = 4x^2 + 3$ . Ihr Definitionsbereich ist der Wertebereich von  $f$ , also  $x \in \mathbb{R}, x \geq 0$  und ihr Wertebereich ist der Definitionsbereich von  $f$ , also  $y \in \mathbb{R}, y \geq 3$ .**